

Gerechte Entscheidungen gemäß einer Mehrzahl von Kriterien oder: Wer bekommt den Porsche? Eine Anwendung von Ronald R. Yagers Fuzzy-Logic-Methode¹

Lothar Philipps

Der Artikel beschreibt ein Verfahren, Entscheidungen zu treffen gemäß einer Mehrzahl von Kriterien, die von unterschiedlicher Ranghöhe und unterschiedlichem Erfüllungsgrad sind. Die Aufstellung von Kardinalskalen ist dazu nicht erforderlich. Das Verfahren wird an einem Verteilungsproblem exemplifiziert.

1. Die Kandidaten

Der Beispielfall

Wer Entscheidungen zu treffen hat, muß oft unterschiedliche Kriterien berücksichtigen; das gilt auch für Entscheidungen, die beanspruchen, gerecht zu sein. Gehen wir von einem Beispiel aus: *Ein Sportsfreund spendet dem DFB vor einem wichtigen Länderspiel einen Porsche; im Falle eines Sieges soll der Wagen an den Spieler vergeben werden, der ihn "am ehesten verdient" hat.* Nach dem Spiel – die Mannschaft hat gesiegt – stellt sich die Situation so dar:

(a) Außenstürmer A hat die beiden Tore geschossen, darunter auch den Siegestreffer. Er verstand es in geschickter Weise, zwei Torsituationen auszunutzen; im übrigen war sein Spiel eher schwach.

(b) Libero L hat von Anfang an einfallsreich und einsatzfreudig gespielt; von allen Spielern hat er den größten Kampfgeist gezeigt. Insbesondere hat er eine Reihe von brenzlichen Situationen vor dem Tor geklärt.

(c) Verteidiger V hat sich ebenfalls in aufopfernder Weise eingesetzt – buchstäblich, denn er wurde schon nach zehn Minuten grob gefoult und schwer verletzt und wird nun voraussichtlich ein Jahr pausieren müssen.

(d) Der Mittelstürmer M hat sich nur in durchschnittlicher Weise eingesetzt; immerhin war dies aber sein 75. Länderspiel, alle anderen waren bei wesentlich weniger Länderspielen dabei. Andere Kandidaten für die Prämie kommen nicht ernsthaft in Betracht. Wer soll den Porsche erhalten?

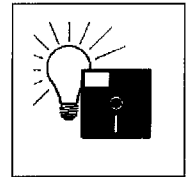
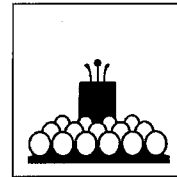
2. Die Rangfolge der Kriterien ...

Wenn man die relevanten Kriterien in eine Rangfolge bringen könnte, würde es die Entscheidung erleichtern; dies ist jedenfalls eine plausible Vermutung. Folgende Rangfolge liegt hier nahe:

(a) Im heutigen Sport zählt in erster Linie der Erfolg. In unserem Falle ist vor allem wesentlich, daß A zwei Tore geschossen hat, darunter auch den Siegestreffer, und daß L einige gefährliche Torsituationen geklärt hat.

Prof. Dr. Lothar Philipps ist Leiter des Instituts für Rechtsphilosophie und Rechtsinformatik der Ludwigs-Maximilians-Universität in München.

¹ Es handelt sich um die deutsche Fassung eines Referats, das ich auf der "Fifth International Conference on Artificial Intelligence and Law" (University of Maryland, 21.-24. Mai 1995) gehalten habe. Die englische Version findet sich in den Proceedings der Tagung, die von der ACM (Association for Computing Machinery) veröffentlicht worden sind. Die Texte können auch von der www-Adresse der IAAIL (International Association for Artificial Intelligence and Law) abgerufen werden: <http://nathan.gmd.de/iaail/iaail.html>



(b) Einen hohen Stellenwert haben freilich auch die spielerische Leistung und der kämpferische Einsatz, wie sie hier durch L verkörpert werden. Da jedoch auch perfektes und einsetzstarkes Spiel nicht immer zum Erfolg führt, liegt es nahe, dies Kriterium an der zweiten Stelle der Rangfolge einzuordnen.

(c) Daß man für erlittene Unbill getröstet und entschädigt werden sollte, ist eine Betrachtungsweise, die dem Sport zwar nicht ganz fremd ist; realistischerweise sollten wir sie aber auf die vierte und letzte Stelle verweisen.

(d) Damit verbleibt für den Gesichtspunkt des "Status" eines Spielers (hier: das 75. Länderspiel) die dritte Stelle.

Im ganzen sieht die Reihenfolge also so aus:

1. Erfolg (Ranghöhe 4)
2. Einsatz (Ranghöhe 3)
3. Status (Ranghöhe 2)
4. Unbill (Ranghöhe 1)

Kriterium 3: Trost für Unbill

Kriterium 4: "Status"

Die Rangfolge

3. ... aber was nützt sie?

Mit der Rangfolge der Kriterien allein ist es freilich noch nicht getan. Jemand mag ein niedriger rangierendes Kriterium in höchstem Maße erfüllt haben – ein höher rangierendes dagegen nur in bescheidenem Maße. Wie ist er dann zu plazieren?

Diese Frage ließe sich in einfacher Weise beantworten, wenn man die Skalen der Kriterien und die ihres Erfülltseins nicht als bloße Rangfolge (ordinal), sondern kardinal auffassen könnte, d.h. wenn durch die Skala nicht nur die Ranghöhe der Kriterien festgelegt wäre, sondern auch der Abstand zwischen den Stufen. Das gleiche müßte für die Skala des Erfülltseins der Kriterien gelten. Nun könnte man den Rang eines Kriteriums mit dem Grad seines Erfülltseins multiplizieren².

Wenn Außenstürmer A das höchste Kriterium Erfolg (Ranghöhe 4) in höchstem Maße (Erfüllungsgrad 4) erfüllt hat, so würde sich unter der Voraussetzung der Kardinalität eine Punktzahl von $4 \times 4 = 16$ ergeben. Hinzu kommt, daß er auch das Kriterium Einsatz (Ranghöhe 3) erfüllt hat, wenn auch nur in geringem Maße (Erfüllungsgrad 1). Insgesamt käme er also auf $16 + 3$, also 19 Punkte.

Der Libero L erfüllt das Kriterium spielerischer Einsatz (Ranghöhe 3) in höchstem Maße (Grad 4), woraus sich eine Punktzahl von 12 ergibt. Was die wiederholte Klärung von Tor-situationen anlangt, so erfüllt dies auch das oberste Kriterium Erfolg (Rang 4), aber nur in hohem (Grad 3), nicht in höchstem Maße; denn der feindliche Stürmer hätte vielleicht daneben geschossen oder der eigene Torwart den Ball gehalten. Aus den beiden Produkten zu je 12 Punkten ergibt sich eine Gesamtpunktzahl von 24.

L würde also den Porsche bekommen (wenn wir die Kandidaten V und M außer Betracht lassen).

Er würde übrigens den Wagen auch dann noch erhalten, wenn sein Konkurrent A mit mittlerem Einsatz (2) gespielt hätte; nur würde sein Vorsprung dann auf 2 Punkte (24 zu 22) zusammengeschrumpft sein.

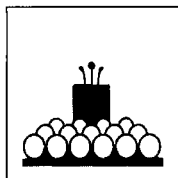
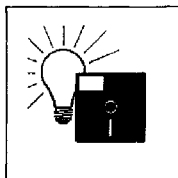
Das sind saubere Rechnungen; aber sind sie auch realistisch? Wir bewegen uns unter Voraussetzungen, die Aussagen wie die folgenden zulassen: Das Kriterium Erfolg ist genau doppelt so wichtig wie das Kriterium Rang eines Spielers. Der Gesichtspunkt der spielerischen Leistung ist genau dreimal so wichtig wie der der Entschädigung für erlittene Unbill. Wie soll man solche Aussagen verifizieren? Wie soll man die Werthöhe eines Kriteriums in der verlangten Genauigkeit messen? Das ist jedenfalls viel problematischer als die Aufstellung einer schlichten Rangfolge. Es ist auch kaum vorstellbar, daß ein Richter sich in so weitgehender Weise festlegt.

Der Grad der Erfüllung

Eine einfache (kardinale) Lösung ...

... aber ist sie auch realistisch?

² Vgl. dazu B. Schlink, Abwägung im Verfassungsrecht, Berlin 1976, S. 131 ff.



Die "ordinale" Lösung nach
Rangfolge:
Grundgedanke und Problematik

Wer bekommt den Porsche?

Eine Rangfolge (Ordinalskala) zwischen den Kriterien wäre dagegen in vielen Fällen machbar; man könnte sie sich auch in einem Gerichtsurteil vorstellen³. Es scheint indessen, als leiste sie zu wenig. Im Rahmen einer Ordinalskala kann man nicht multiplizieren; man kann daher ein Kriterium nicht mit dem Grad, zu dem es erfüllt ist, multiplizieren. Es sieht deshalb so aus, als müßte der unterschiedliche Erfüllungsgrad der Kriterien unberücksichtigt bleiben. Man müßte das oberste Kriterium, wie schwach es auch erfüllt sein mag, durchschlagen lassen; nur wenn es ganz leer geblieben ist, würde das zweithöchste an seine Stelle treten und dann ebenso absolut herrschen. Dies wäre indessen ein sehr pauschales Verfahren⁴.

Wir glauben intuitiv zu wissen, daß es Fälle gibt, wo sich die stärkere Ausprägung eines an sich niedriger rangierenden Kriteriums gegenüber der schwächeren Ausprägung eines höheren Kriteriums durchsetzt. Im Alltag treffen wir immer wieder derartige Entscheidungen, sei es beispielsweise als Richter bei der Strafzumessung, sei es als Prüfer bei der Bewertung von Examensarbeiten.

4. Rangordnungen fuzzy-logisch betrachtet

Der amerikanische Informatiker Ronald R. Yager hat ein Verfahren vorgeschlagen, mit dem sich Entscheidungen gemäß einer Mehrzahl von Kriterien auch auf nicht-kardinaler Grundlage treffen lassen⁵. Das Verfahren beruht auf Fuzzy Logic. Diese Logik hat es schon wiederholt ermöglicht, unbestimmte Vorstellungen, die uns im Alltag leiten, faßbar zu machen⁶.

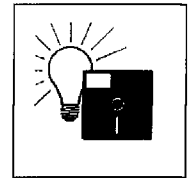
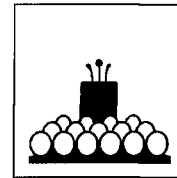
³ Jedenfalls, wenn sie nicht zu viele Glieder enthält. Ich habe deshalb eine nur fünfstufige Skala eingeführt. Yager selber verwendet eine siebenstufige Skala, die auch noch die Stufen "sehr niedrig" und "sehr hoch" umfaßt. Eine Siebenerskala hat – wie uns Psychologen versichern – den Vorzug, die differenzierteste Skala zu sein, die man noch als gegliederte Ganzheit wahrnehmen kann. (Die Bewertungsskala im deutschen juristischen Staatsexamen umfaßt sieben nominale Stufen – von "ungenügend" bis "sehr gut" –, die dann – mit Ausnahme des Grenzpunktes "ungenügend" – noch numerisch in Dreiergruppen aufgegliedert werden.) Für die meisten juristischen Zwecke scheint mir jedoch eine Fünferskala den Vorzug zu verdienen; denn im Recht hat man es kaum je mit Konstellationen von mehr als drei oder vier Werten zugleich zu tun (bei der Strafzumessung beispielsweise mag das anders sein). Vor allem wird mit der Anzahl der Kriterien die Scheu von Rechtsprechung und Rechtslehre zunehmen, sie in eine verbindliche Ordnung zu fügen; wie ja auch die Anzahl der Permutationsmöglichkeiten, die sich nach $n!$ bestimmt, rapide anwächst.

Als Minimum wäre an eine Dreierskala zu denken, zumal manche Rechtstheoretiker – sie versammeln sich in dem von H.-J. Koch herausgegebenen Band über "Juristische Methodenlehre und analytische Philosophie, Kronberg/Ts., 1976" – eine Trias von "positiven, neutralen und negativen Kandidaten" favorisieren (jedenfalls bei der Subsumtion). Eine Dreierskala wäre jedoch sehr wenig differenziert: sie ermöglicht nur ein Zusammentreffen von zwei Kriterien unterschiedlicher Ranghöhe, die jeweils ganz oder gar nicht oder teilweise erfüllt sein könnten.

⁴ In bezug auf die Grundrechte als Wertungssystem ist dies auch die Kritik R. Alexys (Theorie der Grundrechte, Frankfurt a.M. 1986, S. 138 ff.): Kardinalskalen seien unrealistisch, weil zu anspruchsvoll; Ordinalskalen führten zu einer "Tyrannei" des obersten Wertes, da die unterschiedlichen Verletzungsintensitäten nicht berücksichtigt werden könnten.

⁵ Zum Yager-Verfahren vgl. R. R. Yager, Concepts, Theory, and Techniques: A New Methodology for Ordinal Multiobjective Decisions Based on Fuzzy Sets, *Decision Sciences* 12 (4), Oct. 1981, 589–600; sowie M. Caudill, *Fuzzy Decisions*, *AI Expert*, April 1990, pp. 59–64. Kritisch gegenüber Entscheidungsverfahren auf ordinaler Grundlage H. Rommelfanger, *Fuzzy Decision-Support-Systeme – Entscheiden bei Unschärfe*, 2. Aufl. Berlin-Heidelberg 1993, S. 144: "grobes Raster". Der entscheidungstheoretische Anfänger sollte die Lektüre mit dem Beitrag von Caudill beginnen.

⁶ Eine Einführung nicht so sehr in die Techniken der Fuzzy Logic als in ihre Denkweise gibt Bart Kosko: *fuzzy logisch – Eine neue Art des Denkens*, dt. München 1993. Man mag das extrem subjektiv geschriebene Buch begeisternd oder abstoßend finden – in jedem Falle ist es lesenswert. Sehr empfehlenswert ist auch Chr. Drösser, *Fuzzy Logic – Methodische Einführung in krauses Denken*, Hamburg 1994 (rororo-Taschenbuch). Weitere Literaturangaben in den nachfolgend angegebenen Aufsätzen zur juristischen Anwendung der Fuzzy Logic: L. Philipps, Unbestimmte Rechtsbegriffe und Fuzzy Logic, in der Festschrift für Arthur Kaufmann, hrsg. von Fr. Haft, W. Hassemer, U. Neumann, W. Schild, U. Schroth, Heidelberg 1993, S. 265–280; L. Philipps, Kompensatorische Verknüpfungen in der Rechtsanwendung – ein Fall für Fuzzy Logic, in der Festschrift für Günther Jahr, hrsg. von M. Martinek, J. Schmidt, E. Wadle, Tübingen 1993, S. 169–180; J. Heithecker, Fuzzy Logic und der "Tierhalter", in *KI*, 1993, S. 7–10; L. Philipps, Ein bißchen Fuzzy Logic für Juristen, in: *Institutionen und Einzelne im Zeitalter der Informationstechnik*, hrsg. von M.-T. Tinnefeld, L. Philipps, K. Weis, München 1994, S. 219–224; Kl. Köhler und J. Laeverenz, Moderne Technologien und das Haftungsrisiko des Arbeitnehmers. Ein Fuzzy-Logic-Expertensystem zur Ermittlung des Haftungsanteils. In: *Institutionen und Einzelne im Zeitalter der Informationstechnik* (s. o.), S. 225–248; L. Philipps, Eine Theorie der unscharfen Subsumtion – Die Subsumtionsschwelle im Lichte der Fuzzy Logic; erscheint demnächst im Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie.



Nach klassischer Logik und Mengenlehre gehört ein Element einer Menge an oder nicht an – ganz oder gar nicht. Nach der Fuzzy Logic kann ein Element einer Menge auch zu einem gewissen Grade angehören – mehr oder weniger. So verhält es sich nach Yager auch bei Bewertungskriterien und den Umständen, die durch sie bewertet werden. Daß ein Umstand ein Kriterium in stärkerem oder schwächeren Maße erfüllt, wird fuzzy-logisch so interpretiert, daß der Umstand der durch das Kriterium definierten Menge in stärkerem oder schwächeren Maße zugehört. Den Grad der Zugehörigkeit drückt Yager durch eine einfache Skala aus wie zum Beispiel: “fehlend (leer, bedeutungslos), klein (wenig, gering, schwach), mittel, groß (viel, stark), voll (vollkommen)”. In Zahlen: 0, 1, 2, 3, 4.

Yager's Ausgangspunkt

Die Skala beansprucht lediglich, daß ihre Stufen transitiv vom Niedrigen zum Höheren führen (Ordinalskala), nicht daß die Abstände zwischen den Stufen eine bestimmte Größe haben (Kardinalskala). Wenn man die Namen der Stufen durch Zahlen ersetzt, so bedeutet das nur, daß beispielsweise 4 höher steht als 3 und 3 höher als 2 (und damit auch 4 höher als 2), aber nicht, daß 4 doppelt so hoch steht wie 2. Das ist wie bei der Bewertung von Examensarbeiten: Wenn ich eine Arbeit mit 2 Punkten bewerte (mittleres “mangelhaft”), will ich damit nicht ausdrücken, daß sie genau halb so gut ist wie eine Arbeit, die ich mit 4 Punkten bewerte (unteres “ausreichend”), und 1/9 so gut wie eine Arbeit, die 18 Punkte erhält (oberes “sehr gut”); zu einer derartig genauen Notengebung würde ich mich auch außerstande sehen.

Ordinalskala (wie bei der Notengebung)

Für die Kriterien selber gilt das Entsprechende. Daß sie von unterschiedlich hohem Rang sind, wird so interpretiert, daß sie der Menge Wichtigkeit in unterschiedlich hohem Maße zugehören, in unserem Falle von 0 (bedeutungslos) bis zu 4 (von höchster Bedeutung).

Übrigens ist es möglich, daß mehrere Kriterien dieselbe Ranghöhe einnehmen; ebenso wie mehrere Umstände ein Kriterium im gleichen Maße erfüllen können.

Der Rang des Kriteriums und die Implikation

Daß ein Kriterium zu einem bestimmten Grad erfüllt ist, kann sich erst dadurch auf die Entscheidung auswirken, daß man berücksichtigt, welchen Rang das Kriterium in der Skala der Wichtigkeit einnimmt. Es liegt nahe, dies als konditionale Verknüpfung (“Implikation”) zu interpretieren: *Wenn das Kriterium so und so hoch rangiert, dann wirkt sich, daß es in dem und dem Grade erfüllt ist, in dem und dem Maße aus.*

Die Implikation in der Fuzzy Logic

Für die Implikation in der Fuzzy Logic sind eine ganze Reihe von Vorschlägen gemacht worden; die meisten haben miteinander gemein, daß bei einer Beschränkung auf die “klassischen” Werte 1 und 0 (Ausdruck der vollständigen oder der vollständig fehlenden Mengenzugehörigkeit) sich die Werteverteilung der klassischen Implikation ergibt⁷.

Yager wählt für die Implikation eine Definition, die sich unmittelbar an die klassische Logik anlehnt: $X \cup Y$ (X fehlt oder Y liegt vor – in der Fuzzy Logic können die Elemente auch zu einem bestimmten Grade fehlen bzw. vorliegen). Um von ihr Gebrauch zu machen, müssen wir zunächst den komplementären Wert zu der Wichtigkeit eines Kriteriums bestimmen; anschließend wird dieser mit dem Erfüllungsgrad des Kriteriums vereinigt.

Komplementbildung:
Die Ersten werden die Letzten sein und die Letzten die Ersten;

Die Komplementbildung bei einer ordinalen Skala läßt sich durch eine Umkehrung der Rangordnung ausdrücken: *Die Ersten werden die Letzten sein und die Letzten die Ersten; aber die Mittleren bleiben die Mittleren.*

... und so sieht das aus:

voll	4	=>	0	leer
groß	3	=>	1	klein
mittel	2	=>	2	mittel
klein	1	=>	3	groß
leer	0	=>	4	voll

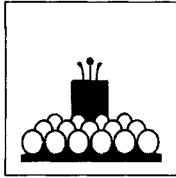
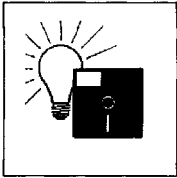
⁷ Vgl. dazu irgendeine Einführung in die Logik, beispielweise W. C. Salmon, Logik, dt. Stuttgart 1983 (Reclam). Ich habe auch mit anderen Formen der Implikation und mit implikationsähnlichen Verknüpfungen experimentiert, aber die Ergebnisse haben mich in der Regel nicht überzeugt. Bedenkenswert für spezielle Wertungsfragen könnten allerdings zwei komplementäre Formeln sein, die von der sog. “Gödel-Implikation”(vgl. dazu Th. Tilli, Fuzzy-Logik, München 1991, S. 167 ff.) inspiriert sind:

(a) $\forall x (x,y) = 0$ wenn $x' > y$, sonst y

(b) $\forall b (x,y) = 1$ wenn $y > x'$, sonst y

In (a) werden alle Fälle, in denen das Hinterglied (y) nicht einen durch das Vorderglied (x) vorgegebenen Sollwert erreicht, unterschiedslos ausgeschieden; auf der Gewinnerseite erfolgt noch eine Feinabstimmung, die sich nach dem Wert des Hintergliedes bestimmt.

In (b) werden alle Fälle, in denen das Hinterglied den Sollwert erreicht, unterschiedslos akzeptiert; die Feinabstimmung im übrigen findet diesmal auf der Verliererseite statt.



Wer bekommt den Porsche?

Man kann den komplementären Wert auch so ermitteln: Der Wert, der negiert werden soll, wird von dem höchsten Wert der Skala abgezogen:
 $4 - 4 = 0$; $4 - 3 = 1$; ... usw.

5. Bewertung und Entscheidung

Jetzt sind wir soweit, daß wir einen Umstand im Lichte eines Kriteriums und seines Erfülltheitsgrades bewerten können. Wir vereinigen dazu das Komplement des Kriterienranges mit dem Erfüllungsgrad des Kriteriums ($K'_n \cup G_n$).

Zugehörigkeit eines Elements zu einer Vereinigungsmenge

Was die Zugehörigkeit eines Elementes zu einer Vereinigungsmenge anlangt, so entspricht sie dem höchsten Grad, zu dem das Element einer der vereinigten Mengen zugehört. Das leuchtet ein: Der Grad, zu dem ein Element einer Menge zugehört, kann nicht dadurch verringert werden, daß die Menge mit anderen Mengen vereinigt, sie also erweitert wird.

Zum Beispiel: Libero L hat sich in höchstem Maße eingesetzt: 4. Der Komplementärwert des zweithöchsten Kriteriums "Einsatz" beträgt 1 (4 minus 3). Der größere der beiden Werte ist 4. B's Einsatz ist also mit 4 zu bewerten.

Auf diese Weise sind im Lichte eines jeden Kriteriums und seines Erfülltheitsgrades die relevanten Umstände zu bewerten – hier das Verhalten der Spieler und ihre Eigenschaften.

Die Gesamtbewertung

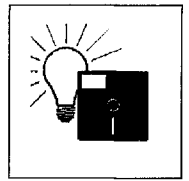
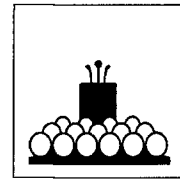
Nun ist für jeden Spieler eine Gesamtbewertung vorzunehmen. Das bedeutet: es ist die Schnittmenge der Einzelbewertungen zu bilden. Die Zugehörigkeit zur Schnittmenge bestimmt sich nach Fuzzy Logic nach dem niedrigsten Grad der Zugehörigkeit zu einer der Einzelmengen. Die Höhe der Gesamtbewertung richtet sich nach der niedrigsten der Einzelbewertungen. Es ist wie bei einem Geleitzug: damit die Schiffe zusammenbleiben, müssen sie sich nach der Geschwindigkeit des langsamsten richten⁸.

Das Endergebnis: Die Wahl fällt auf den, bei dem die Gesamtbewertung am höchsten ist.

In unserem Ausgangsbeispiel würde sich wohl folgendes Bild ergeben, bei dem ich über die zu Anfang gemachten Angaben hinaus noch einige Ergänzungen vorgenommen habe: M's 75 Länderspielen habe ich nur hohe (3), nicht höchste Bedeutung beigegeben; hat doch Lothar Matthäus an mehr als hundert Länderspielen teilgenommen. Ebenfalls habe ich die Tatsache, daß V auf Grund seiner Verletzung für ein Jahr pausieren muß, nur mit 3 bewertet: schließlich hätte er ja auch vollständig invalide sein können. Eine Sportverletzung ist nicht der richtige Anlaß, um sentimental zu werden (vgl. die nachstehende Abbildung).

	KRITERIUM		Außenstürmer		Libero		Verteidiger		Mittelstürmer	
	K	K'	A	A ∪ K'	L	L ∪ K'	V	V ∪ K'	M	M ∪ K'
Erfolg	4	0	4	4	3	3	0	0	1	1
Einsatz	3	1	1	1	4	4	2	2	2	2
Status	2	2	0	2	0	2	0	2	3	3
Unbill	1	3	0	3	0	3	3	3	0	3
INSGESAMT				1		2		0		1

⁸ In der Fuzzy Logic werden auch andere Formen der UND- und ODER-Verknüpfung verwandt. Diese erfordern jedoch Multiplikationen und sind daher im Rahmen von Ordinalskalen nicht einsetzbar.



Libero L bekommt den Porsche.

Libero L schneidet also in der Gesamtbewertung am besten ab. Er sollte den Porsche bekommen. Das Ergebnis ist befriedigend, aber keineswegs selbstverständlich. Bemerkenswert ist vor allem, daß wir es ohne Einführung einer Kardinalskala und ohne eine Kriterium \times Erfüllung-Multiplikation erreicht haben, obwohl Torschütze A, L's schärfster Konkurrent, das höchste Kriterium Erfolg im höchsten Maße erfüllt hat.

6. Einige Fragen

6.1 Wieso funktioniert das Yager'sche Verfahren eigentlich? Auf den ersten Blick scheint der Mechanismus paradox zu sein: Ein niedriges Kriterium führt über die Komplementbildung (K'_n) zu einer hohen Punktzahl (je niedriger, desto höher), ein hohes Kriterium jedoch zu einer niedrigen Punktzahl. Eben hier liegt aber auch die Pointe. Aus dem niedrigen Rang des Kriteriums wird eine hohe Hürde, die erst einmal durch eine noch höhere Punktzahl auf Grund des Erfülltseins des Kriteriums übersprungen sein will; erst von nun an fängt das Erfülltsein an, sich auszuzahlen. Man bedenke ferner: Die Punktzahl auf Grund des Kriteriums alleine wirkt sich nicht auf die Entscheidung aus, da alle Kandidaten sie gleichermaßen als Mindestwert erlangt haben.

Wieso funktioniert das Yager'sche Verfahren eigentlich?

Umgekehrt wird ein hohes Kriterium durch die Komplementbildung zu einer niedrigen Hürde: das Erfülltsein beginnt frühzeitig zu zählen⁹.

6.2 Was macht man im Falle eines Gleichstands? In unserem Beispiel sind sowohl Spieler A wie M mit 1 bewertet worden. Wie sollte man also verfahren, wenn nun noch ein zweiter und ein dritter Preis ausgesetzt wären, so daß ein weiteres Differenzierungsbedürfnis besteht? Man führt eine Art Tie-break durch. Man streicht auf jeder Seite das Minimum der Einzelbewertungen (natürlich nur einmal, falls der gleiche Wert auf einer Seite mehrmals auftreten sollte) und prüft, ob das nunmehrige Minimum auf einer Seite höher ist. Wenn ja, ist diese Seite ranghöher. Diese Prozedur hat man gegebenenfalls mehrmals vorzunehmen. In unserem Beispiel muß man auf beiden Seiten die Werte 1, 2 und 3 streichen, bis schließlich A gegen M mit einem Werteverhältnis von 4 zu 3 die Oberhand behält.

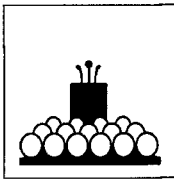
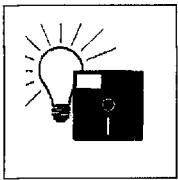
Was macht man im Falle eines Gleichstands?

Stellt sich beim Tie-break immer noch kein Unterschied heraus, bleibt manchmal dennoch eine Differenzierungsmöglichkeit, dann nämlich, wenn die an sich gleich hohen Einzelbewertungen der Kandidaten auf unterschiedlich hohe Kriterien entfallen. Ein Beispiel: Wenn wir unseren Fall dahingehend variieren, daß A mit "mittlerem" Einsatz (Grad 2) statt mit "geringem" (1) gekämpft habe, so bleibt immer noch L in der Vorhand. Die Notwendigkeit eines Tie-breaks zeigt aber, daß der Vorsprung knapp geworden ist. Wenn wir nun noch einen Schritt weitergehen und annehmen, daß A mit "großem" Einsatz (3) gekämpft habe, dann tritt zwischen A und L ein Gleichstand ein, der sich auch durch den Tie-break nicht beheben läßt. Da aber bei A die höchste Einzelbewertung (4) auf das höchste Kriterium entfällt, bei L dagegen nur auf das zweithöchste (umgekehrt bei der zweithöchsten Einzelbewertung: 3), sollte nunmehr A den Porsche erhalten.

Wie überprüft man die Sicherheit der Entscheidung?

6.3 Wie überprüft man die Sicherheit der Entscheidung? Wenn man hinsichtlich einer Einzelbewertung unsicher ist, sollte man sie versuchsweise zu der Richtung hin verändern, in der man sie als weniger gefestigt empfindet. In unserem Beispiel mag man unsicher sein, ob V wirklich nichts zum Erfolg der Mannschaft beigetragen hat, auch wenn er bereits nach zehn Minuten ausgefallen ist. Wenn man versuchsweise beim Kriterium "Erfolg" eine 1 einsetzt, wird V zunächst mit der Gesamtbewertung 1 mit M (und A) gleichziehen. Bei einem Tie-break stellt sich jedoch heraus, daß M mit 3 zu 2 das Übergewicht behält. Die Unsicherheit hinsichtlich der Einzelbewertung betrifft also nichts, das sich auf die Gesamtbewertung auswirken könnte.

⁹ Hier scheint mir noch ein Problem zu liegen: Es gibt Entscheidungssituationen, wo man zwar bereit ist, ein schwaches Erfülltsein eines Kriterium im Austausch gegen andere Vorzüge in Kauf zu nehmen, nicht aber den völligen Ausfall. (In unserem Beispiel war das anders.) Yager selber würde etwa – wenn man das Beispiel in seinem Aufsatz (oben Anm. 5) persönlich nehmen darf – ein Auto mit geringer Bequemlichkeit kaufen, weil es ihm mehr auf den Preis und den Benzinverbrauch ankommt. Aber gilt das auch noch, wenn der Wagen buchstäblich "null" Komfort hätte? Sein Entscheidungsverfahren könnte das nahelegen, da der Unterschied zwischen wenig und überhaupt keinem Komfort im Schatten des hier mittelhohen Kriteriums untergeht. Vielleicht ist es vernünftig, das Phänomen jener Eigenschaften, die keinesfalls ganz fehlen dürfen, bei der Umschreibung der Entscheidungssituation zu berücksichtigen und nicht versuchen zu wollen, es durch eine Verbesserung der Formel zu erfassen.



Wer bekommt den Porsche?

Im Verhältnis zu A braucht kein Tie-break mehr durchgeführt zu werden, da A bereits besser abgeschnitten hat als D. (Im Yager'schen Verfahren stehen die Ergebnisse in einer Halbordnung.)

Unsicherheit hinsichtlich einer Einzelbewertung kann auch ein Anlaß sein, die Skalen der Kriterien und ihrer Erfüllung zu verfeinern. Im vorliegenden Falle könnte man von einer fünfstufigen zu einer siebenstufigen Skala übergehen und den Beitrag des V mit "sehr gering" statt mit "bedeutungslos" bewerten. Der Übergang zu einer Skala mit mehr Stufen ist oft auch eine Möglichkeit, über einen Gleichstand von Kandidaten hinwegzukommen.

Und warum nicht doch die Multiplikation?

6.4 Und nochmals: Warum beläßt man es nicht bei einer Multiplikation von Kriterien-Wichtigkeit und Erfüllungsgrad, wie wir sie zu Anfang vorgenommen haben? Die Multiplikation wirkt natürlicher und vertrauter, und schließlich sind bei beiden Verfahren die gleichen Ergebnisse herausgekommen, auch in der Variante, daß Stürmer A sich in durchschnittlicher Weise eingesetzt hat.

Gewiß, aber das wird nicht jedesmal so sein. Bei einer Multiplikation können sich Unschärfen und Fehler der Einordnung in die Skalen erheblich auswirken: sie "multiplizieren" sich buchstäblich. Beim Yager'schen Verfahren bleiben die Werte dagegen unverändert und werden lediglich miteinander verglichen. Fehler können sich dadurch nicht verstärken. Es ist also ein robuster praktischer Grund und nicht methodologischer Purismus, der für dies Verfahren spricht.

7. Ausblick

Auch bei Fragen auf Leben und Tod?

Die Frage, an der ich das Yager'scher Entscheidungsverfahren exemplifiziert habe: welcher von mehreren hochdotierten Fußballspielern einen Sportwagen erhalten sollte, ist nicht lebenswichtig. Im Prinzip stellt sich die Frage aber nicht anders, wenn es statt um ein Auto um ein Herz geht, das transplantiert werden soll; mehrere Patienten warten verzweifelt darauf. Hier mögen Kriterien wie Gewebeverträglichkeit, Länge der Wartezeit, Gegenwärtigkeit der Krise eine Rolle spielen, und sie werden in unterschiedlichem Maße ausgeprägt sein¹⁰.

Doch sollte man allgemeine und grundsätzliche Erörterungen nicht mit einer sehr speziellen Thematik beginnen, bei der es um Leben und Tod geht.

¹⁰ Das Yager'sche Verfahren läßt sich aber nicht nur auf Verteilungsaufgaben anwenden, sondern auch auf ganz andere Fragen, z. B. das "fallorientierte Argumentieren". In der gegenwärtigen Rechtsinformatik ist die Zerlegung eines Rechtsfalls in verschiedene "Dimensionen" sehr beliebt (vgl. K. D. Ashley, *Modeling Legal Argument: Reasoning with Cases and Hypotheticals*, Cambridge, Massachusetts, 1990). Aus der deutschen Literatur sei auf die Analyse von "Sitzblockaden" durch L. Kuhlen hingewiesen: *Regel und Fall in der juristischen Methodenlehre*, ARSP-Beiheft 45 (1992), 101-128. Ein ganz anderer Anwendungsbereich – im scheinbaren Gegensatz dazu – wäre die Auslegung von Rechtstexten: Auch die klassische Frage, ob es eine Rangordnung der Auslegungskriterien (grammatisch, historisch, systematisch, teleologisch) gibt, hat allzu lange im Lichte des Vorurteils gestanden, daß sich unterschiedliche Abschattungen des Erfüllungsgrades rational nicht berücksichtigen lassen.